

2 PROBABILITÉS

A Expérience aléatoire

Définition

Expérience aléatoire



- Une **expérience aléatoire** est une expérience dont on connaît tous les résultats possibles, sans pouvoir déterminer de manière certaine lequel va se produire.
- Les **issues** (ou **éventualités**) sont les résultats possibles de l'expérience aléatoire.

Exemple

« Lancer un dé à six faces et noter le chiffre obtenu » est une expérience aléatoire. Les issues de cette expérience aléatoire sont 1, 2, 3, 4, 5 et 6.

B Événements et probabilité

Définition

Événement



- Un **événement** est une affirmation qui peut être ou ne pas être réalisée lors d'une expérience aléatoire. S'il est vérifié, on dit que l'événement est **réalisé**.
- La probabilité d'un événement est la somme des probabilités des issues qui le réalisent. On la note $p(A)$.
 - Une probabilité ne peut jamais être négative ni supérieure à 1.

Formule

Probabilité d'un événement



Soit A un événement et $i_1 ; i_2 ; \dots ; i_n$ les n issues qui le réalisent :

- $p(A) = p(i_1) + p(i_2) + \dots + p(i_n)$

Exemple

- Soit A l'événement « Obtenir un nombre impair en lançant un dé à 6 faces non truqué ».
 - Les issues qui réalisent cet événement sont 1, 3 et 5.
 - Chacune de ces issues a une probabilité de $\frac{1}{6}$.
 - Donc $p(A) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = 0,5$

C Les types d'évènement spécifiques

Propriété

Types d'événements

Type d'évènement(s)	Définition	Exemple
Élémentaire	Un événement est élémentaire si une unique issue le réalise.	« Obtenir un 6 en lançant un dé. »
Impossible	Un événement est impossible si aucune issue ne le réalise. Sa probabilité vaut 0.	« Obtenir en même temps 1 et 3 en lançant un seul dé »
Certain	Un événement est certain si toutes les issues le réalisent. Sa probabilité vaut 1.	« Obtenir 1, 2, 3, 4, 5 ou 6 » en lançant un dé »
Contraires	L'événement contraire de l'événement A se réalise lorsque A n'est pas réalisé. Il est noté \bar{A} et se lit « A barre ».	« Obtenir un nombre pair en lançant un dé » est l'événement contraire de l'événement « Obtenir un nombre impair en lançant un dé ».
Incompatibles	Deux événements sont incompatibles s'ils ne peuvent pas être réalisés simultanément.	« Obtenir 1 en lançant un dé » et « Obtenir 2 en lançant un dé » sont incompatibles .

Formule

Probabilité d'un événement contraire

Soit un événement A de probabilité $p(A)$ et \bar{A} son événement contraire.

- $p(\bar{A}) = 1 - p(A)$.

D Équiprobabilité

Définition

Situation d'équiprobabilité

Une situation est dite d'**équiprobabilité** si toutes les issues ont la même probabilité qui vaut : $\frac{1}{\text{Nombre total d'issues}}$.

Formule

Équiprobabilité et probabilité d'un évènement

Dans une situation d'équiprobabilité, la probabilité d'un évènement A se calcule de la façon suivante :

- $p(A) = \frac{\text{Nombre d'issues réalisant } A}{n}$

Exemple

Lorsqu'on lance un dé à six faces non truqué, il y a **six** issues possibles qui sont 1, 2, 3, 4, 5 et 6. On est en **situation d'équiprobabilité** puisque chaque issue a autant de chance qu'une autre de se réaliser.

- La probabilité de chaque issue est donc égale à $\frac{1}{6}$.
- Si on considère l'évènement A : « obtenir un nombre pair », il y a **trois** issues qui le réalisent (2, 4, 6) sur **six** issues au total. La probabilité $p(A)$ est donc égale à $\frac{3}{6} = 0,5$.

E Expérience aléatoire à deux épreuves et probabilités

Définition



Arbre des possibles

Pour schématiser la réalisation de deux évènements successifs, on utilise la représentation d'arbre, où les évènements se déroulent de la gauche vers la droite, et sur lequel on peut faire figurer les probabilités des évènements.

Formule



Probabilité dans une expérience aléatoire à deux épreuves

Soit A et B deux évènements qui se réalisent successivement dans une expérience aléatoire, schématisée par un arbre des possibles. On note $(A;B)$ l'évènement « A se réalise puis B se réalise ».

- $p(A; B) = p(A) \times p(B)$

Propriété

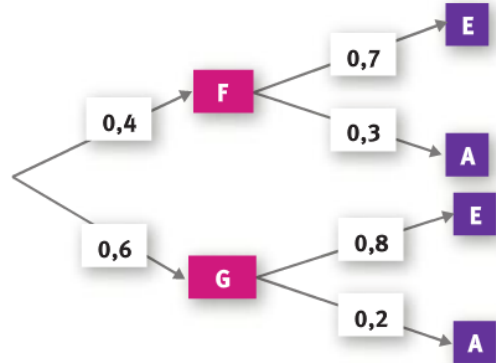


Probabilités dans un arbre des possibles

La probabilité de l'issue à l'extrémité d'un chemin de l'arbre est égale au produit des probabilités rencontrées le long de ce chemin.

Exemple

Sur cet arbre, $p(F; E) = p(F) \times p(E) = 0,4 \times 0,7 = 0,28$



Remarque

On peut aussi schématiser une expérience aléatoire à deux épreuves dans un tableau à double entrée, notamment quand il y a beaucoup d'évènements.

Exemple

Un sac contient trois jetons numérotés 1, 2 et 3. On tire un jeton, on le remet dans le sac, puis on tire un deuxième jeton. On s'intéresse à la somme des chiffres tirés. On note les issues possibles dans un tableau à double entrée.

	Jeton 2 →		
	1	2	3
↓ Jeton 1			
1	2	3	4
2	3	4	5
3	4	5	6