

## Puissances et conversions

### 1 DÉFINITION D'UNE PUISSANCE ENTIÈRE

#### A Notation

##### Définition

##### Puissance d'un nombre

Soient  $a$  un nombre relatif et  $n$  un entier naturel non nul.

- $a^n = a \times a \times \dots \times a$  ( $n$  fois)
- $3^5 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$

##### Remarque

- $n$  est appelé l'**exposant**.
- $a^n$  se lit «  **$a$  puissance  $n$**  ».

##### Propriété

##### Inverse de la puissance d'un nombre

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} = \frac{1}{(a \times a \times \dots \times a) \text{ (} n \text{ fois)}}$$

##### Propriété

##### Nombre à la puissance 0, 1 ou -1

- $a^1 = a$
- $a^0 = 1$
- $a^{-1} = \frac{1}{a}$

##### Exemple

- $7^{-2} = \frac{1}{(7 \times 7)} = \frac{1}{7^2}$
- $3^1 = 3$
- $24^0 = 1$

#### B Propriétés des puissances

##### Propriété

## Produit, quotient et puissance de puissances

Soient  $a$  un nombre relatif non nul et  $m$  et  $n$  deux entiers relatifs.

- $a^m \times a^n = a^{m+n}$
- $(a^m)^n = a^{m \times n}$
- $\frac{a^m}{a^n} = a^m \times \frac{1}{a^n} = a^m \times a^{-n} = a^{m-n}$

### Exemple

- $4^3 \times 4^4 = (4 \times 4 \times 4)(4 \times 4 \times 4 \times 4) = 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 = 4^7 = 4^{4+3}$
- $\frac{9^4}{9^2} = \frac{9 \times 9 \times 9 \times 9}{9 \times 9} = 9 \times 9 = 9^2 = 9^{4-2}$
- $(7^2)^3 = (7 \times 7)^3 = (7 \times 7)(7 \times 7)(7 \times 7) = 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 = 7^6 = 7^{2 \times 3}$

### Propriété

## Développement de puissances

Soient  $a$  et  $b$  deux nombres relatifs non nuls et  $n$  un entier relatif.

- $(a \times b)^n = a^n \times b^n$
- $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

### Exemple

- $6^3 = (2 \times 3)^3 = (2 \times 3)(2 \times 3)(2 \times 3) = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 = 2^3 \times 3^3 = 27 \times 8 = 216$
- $\left(\frac{5}{7}\right)^2 = \frac{5}{7} \times \frac{5}{7} = \frac{5 \times 5}{7 \times 7} = \frac{5^2}{7^2} = \frac{25}{49}$

### Remarque

**Attention :**  $(a + b)^n \neq a^n + b^n$

La définition des puissances est basée sur l'idée de multiplication, c'est pourquoi le développement est possible facilement pour les produits/divisions et non les additions/soustractions.

## C Notation scientifique

### Définition

## Notation scientifique d'un nombre

Soient  $a$  un nombre décimal strictement compris entre  $-10$  et  $10$  et  $n$  un entier relatif.

- Tout nombre **décimal non nul** peut s'écrire sous la forme d'une **notation scientifique** :
  - $a \times 10^n$

**Exemple**

- $345 = 3,45 \times 10^2$
- $-7683,9 = -7,6839 \times 10^3$

---

**Remarque**

- Quand on multiplie un nombre par  $10^n$ , cela revient à « décaler  $n$  fois sa virgule vers la droite ».
  - Quand on multiplie un nombre par  $10^{-n}$ , cela revient à « décaler  $n$  fois sa virgule vers la gauche ».
-